

Scenariusz lekcji z matematyki w szkole ponadgimnazjalnej

Temat: Wzory Viete'a. Zastosowanie wzorów Viete'a w zadaniach.

Czas trwania lekcji: dwie jednostki lekcyjne (90 minut)

Powiązanie z wcześniejszą wiedzą

Nauczyciel przypomina, że na poprzednich lekcjach uczniowie poznali funkcję kwadratową, umieją obliczać wyróżnik trójmianu kwadratowego, znają zależność między liczbą miejsc zerowych trójmianu kwadratowego i wartością wyróżnika, znają wzory pozwalające obliczyć miejsca zerowe trójmianu kwadratowego.

Cele lekcji

Uczeń:

- zna wzory Viete'a
- potrafi stosować wzory Viete'a w zadaniach

Cele sformułowane w języku ucznia

Na dzisiejszej lekcji dowiesz się, jak obliczać sumę i iloczyn pierwiastków trójmianu kwadratowego bez obliczania tych pierwiastków oraz jak wykorzystać wzory Viete'a rozwiązując zadania.

Jak sprawdzę, czy cel został osiągnięty

Na zakończenie zajęć nauczyciel prosi o dokończenie zdań:

- a) Dziś na lekcji nauczyłem się.....
- b) Dziś na lekcji przypomniałem sobie.....

Czego nauczyciel będzie oczekiwał i wymagał od uczniów? Na co będzie zwracał uwagę? („NaCoBeZu”)

Nauczyciel informuje uczniów: po dzisiejszej i poprzednich lekcjach będę oczekiwać, że będziesz:

- wiedział kiedy można zastosować wzory Viete'a
- znał wzory Viete'a,
- umiał obliczać sumę i iloczyn pierwiastków trójmianu kwadratowego bez obliczania tych pierwiastków
- umiał zastosować wzory Viete'a w zadaniach.

Kluczowe pytanie dla uczniów

Czy można obliczyć sumę i iloczyn miejsc zerowych trójmianu kwadratowego bez znajomości ich wartości?

Formy pracy:

- Praca zbiorowa, praca w grupach dwuosobowych lub praca indywidualna.

Metody operacyjne

- wiodąca: tekstu przewodniego, ćwiczenia uczniowskie,
- wspomagające: praca w grupach.

Środki dydaktyczne

- podręcznik „MATEMATyka. Część 1. Podręcznik dla szkół ponadgimnazjalnych. Zakres podstawowy i rozszerzony”, Wojciech Babiański, Lech Chańko, Joanna Czarnowska, Grzegorz Janocha, Nowa Era 2012,
- zeszyt,
- karta pracy (załącznik),
- tablica.

Uwagi:

1. Dobór zadań do standardów wymagań egzaminu maturalnego.
2. Praca pod kątem standardów wymagań egzaminacyjnych:
 - a) wykazywanie się znajomością i rozumieniem pojęć : funkcji, funkcji kwadratowej, miejsc zerowych,
 - b) stosować metody matematyczne w sytuacjach problemowych,
 - d) rozwiązywać zadania wymagające argumentowania i prowadzenia rozumowań typu matematycznego.

PRZEBIEG LEKCJI

1. Wprowadzenie:

- Sprawdzenie obecności. Wyjaśnienie ewentualnych problemów z pracą domową.
- Podanie tematu, rozdanie kart pracy, podanie celów lekcji.

2. Część właściwa:

- przypomnienie wiadomości z ostatnich lekcji (podstawowych pojęć i wzorów);
- uczniowie pracują pod nadzorem nauczyciela oraz samodzielnie (w razie wystąpienia problemu nauczyciel podchodzi do uczniów i wyjaśnia problem);
- sprawdzenie poprawności wykonania zadania na każdym etapie.

3. Podsumowanie zajęć:

- Kiedy można stosować wzory Viete'a?
- Kiedy istnieją pierwiastki równania kwadratowego?

- Jeżeli $x_1 \cdot x_2 < 0$ to pierwiastki równania kwadratowego są jakich znaków?

- Jeżeli $x_1 \cdot x_2 > 0$ to pierwiastki równania kwadratowego są jakich znaków?

- Jeżeli $x_1 \cdot x_2 > 0$ i $x_1 + x_2 > 0$ to pierwiastki równania kwadratowego są jakich znaków?

- Jeżeli $x_1 \cdot x_2 > 0$ i $x_1 + x_2 < 0$ to pierwiastki równania kwadratowego są jakich znaków?
- Dokończ zdanie:
 - a) Dziś na lekcji nauczyłem się.....
 - b) Dziś na lekcji przypomniałem sobie.....

- Ocena pracy.
- Zadanie pracy domowej.

Karta pracy

Imię i nazwisko :

Klasa:.....

Temat pracy: Wzory Viete'a. Zastosowanie wzorów Viete'a w zadaniach.

I. W wyniku prawidłowo zorganizowanej pracy masz możliwość przyswoić wiadomości i umiejętności dotyczące:

- utrwalenia szybkiego znajdowania miejsc zerowych funkcji kwadratowej,
- poznania wzorów Viete'a na sumę i iloczyn miejsc zerowych funkcji kwadratowej,
- obliczania sumy i iloczynu miejsc zerowych funkcji kwadratowej
- określania znaków miejsc zerowych funkcji kwadratowej (bez ich obliczania),
- ćwiczenia umiejętności wykonywania działań algebraicznych i arytmetycznych,
- przyzwyczajania do pracy samodzielnej.

II. Pomoce do wykonania pracy :

Podręcznik, zeszyt przedmiotowy, karta pracy.

Informacje dla ucznia o realizacji zadania

1. Otrzymałeś kartę pracy.
2. Będziesz z nią pracować przez 2 godziny lekcyjne.
3. Przeczytaj uważnie wszystkie polecenia .
4. Staraj się wykonać zadania samodzielnie, możesz omawiać je z kolegą z ławki. Możesz również liczyć na pomoc nauczyciela . Udzieli Ci on pomocnych wskazówek .
5. Zadanie to pozwoli Ci ukształtować umiejętności, których listę umieściłam na początku karty.
6. Odpowiedz na pytania przewodnie .
7. W domu rozwiąż zadania domowe.

III. Pytania przewodnie:

1. Podaj ogólną postać funkcji kwadratowej:

.....

2. Podaj warunki istnienia miejsc zerowych funkcji kwadratowej oraz wzory za pomocą których można obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej:

.....

.....

.....

3. Sprawdź czy istnieją miejsca zerowe funkcji kwadratowej, oblicz je, a następnie oblicz ich sumę i iloczyn .

a) $f(x) = 3x^2 + 5x + 2$

.....

.....

.....

.....

b) $f(x) = x^2 + 5x - 6$

.....

.....

.....

.....

Poszukamy innych związków między miejscami zerowymi funkcji kwadratowej, a współczynnikami liczbowymi a, b, c funkcji kwadratowej.

4. Oblicz sumę miejsc zerowych funkcji kwadratowej posługując się poznanymi wzorami na miejsca zerowe funkcji kwadratowej. Otrzymany wzór doprowadź do najprostszej postaci.

.....

.....

.....

.....

.....

Otrzymałeś prosty wzór pozwalający obliczyć sumę miejsc zerowych funkcji kwadratowej.

5. Podobnie oblicz iloczyn miejsc zerowych funkcji kwadratowej. Otrzymany wzór doprowadź do najprostszej postaci (wykorzystaj wzór skróconego mnożenia: różnica kwadratów).

.....

.....

.....

.....

.....

Otrzymałeś prosty wzór pozwalający obliczyć iloczyn miejsc zerowych funkcji kwadratowej.

WZORY VIETE' A

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0, \quad \Delta \geq 0$$

$$x_1 + x_2 = \dots\dots\dots$$

$$x_1 \cdot x_2 = \dots\dots\dots$$

Wzory te odkrył już w XVI w francuski matematyk **Francois Viète**. Zwróć uwagę, że wzory Viète'a można stosować wtedy gdy mamy pewność, że istnieją miejsca zerowe funkcji kwadratowej, czyli wtedy gdy $\Delta \geq 0$.

6. Jeżeli istnieją miejsca zerowe funkcji kwadratowej to oblicz ich sumę i iloczyn (bez obliczania miejsc zerowych).

a) $f(x) = 3x^2 + 5x + 2$

.....
.....
.....

b) $f(x) = x^2 - 5x + 4$

.....
.....
.....

7. Jeżeli istnieją miejsca zerowe funkcji kwadratowej, to określ ich znaki (bez obliczania miejsc zerowych) w tym celu do każdego przykładu oblicz sumę miejsc zerowych i ich iloczyn. Analizując otrzymane wyniki stwierdź czy miejsca zerowe są jednakowych znaków (dodatnie, ujemne) czy różnych.

a) $f(x) = 6x^2 - 4x - 2$

$$\Delta =$$

$$x_1 \cdot x_2 =$$

$$x_1 + x_2 =$$

Wniosek:

b) $f(x) = x^2 + 3x + 2$

$$\Delta =$$

$$x_1 \cdot x_2 =$$

$$x_1 + x_2 =$$

Wniosek:

8. Analiza znaku miejsc zerowych funkcji kwadratowej.

Korzystając ze wzorów Viète'a możemy ustalić znaki miejsc zerowych funkcji kwadratowej bez konieczności ich obliczania .

Wypełnij tabelkę, a następnie dokończ zdania.

Znak x_1	Znak x_2	Znak $x_1 + x_2$	Znak $x_1 \cdot x_2$
$x_1 > 0$	$x_2 > 0$		
$x_1 > 0$	$x_2 < 0$		
$x_1 < 0$	$x_2 > 0$		
$x_1 < 0$	$x_2 < 0$		

Wnioski: Jeżeli $\Delta \geq 0$ to:

- Liczby x_1 i x_2 są różnych znaków, gdy
- Liczby x_1 i x_2 są tego samego znaku, gdy
- Liczby x_1 i x_2 są dodatnie, gdy
- Liczby x_1 i x_2 są ujemne, gdy

9. Oblicz miejsca zerowe stosując wzory Viete'a (sprawdź najpierw czy istnieją miejsca zerowe funkcji kwadratowej), wiedząc, że są one liczbami całkowitymi. Przeanalizuj przykład.

Prześledź uważnie sposób rozwiązania przykładowego zadania:

Oblicz miejsca zerowe funkcji kwadratowej $f(x) = x^2 - 2x - 15$, jeśli wiadomo, że są one liczbami całkowitymi.

$$f(x) = x^2 - 2x - 15$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) = 64 > 0$$

Są dwa różne miejsca zerowe

Sprawdź czy istnieją miejsca zerowe

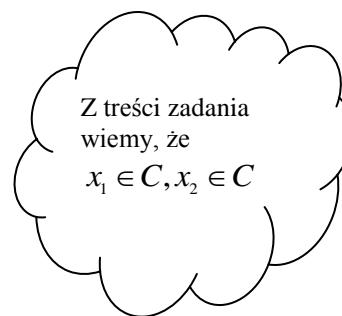
Wzory Viete'a

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{2}{1} = 2$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-15}{1} = -15$$



istnieją 4 pary liczb spełniające ten warunek $x_1 \cdot x_2 = -15$

-1 i 15

1 i -15

-3 i 5

3 i -5

Warunek $x_1 + x_2 = 2$ spełnia para -3 i 5. Wniosek: $x_1 = -3$ i $x_2 = 5$

Zastosuj poznaną metodę do znalezienia miejsc zerowych podanych funkcji:

a) $f(x) = x^2 + 5x + 6$

b) $f(x) = -x^2 - 4x + 5$

c) $f(x) = -x^2 - 6x + 27$

IV. Zadania domowe

Zadanie 1

Jeżeli istnieją miejsca zerowe funkcji kwadratowej, to określ ich znaki (bez obliczania miejsc zerowych) funkcji: $f(x) = x^2 + 3x + 2$, $f(x) = 2x^2 + 3x - 2$, $f(x) = -x^2 + 5x + 2$

Zadanie 2

Jeżeli istnieją miejsca zerowe funkcji kwadratowej to oblicz ich sumę i iloczyn (bez obliczania miejsc zerowych) funkcji: $f(x) = 5x^2 + 4x - 6$, $f(x) = -2x^2 + 6x - 2$.

Zadanie 3

Oblicz miejsca zerowe funkcji kwadratowej $f(x) = x^2 - x - 20$, jeśli wiadomo, że są one liczbami całkowitymi. Skorzystaj ze wzorów Viete'a.

Zadanie dodatkowe:

Prześledź uważnie sposób rozwiązania przykładowego zadania:

Oblicz wartość wyrażenia $x_1^2 + x_2^2$, jeżeli x_1 i x_2 to miejsca zerowe funkcji kwadratowej

$$f(x) = x^2 - 2x - 15..$$

$$f(x) = x^2 - 2x - 15$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) = 64 > 0$$

Są dwa różne miejsca zerowe

Sprawdź
czy
istnieją
miejsca
zerowe

Znam wzory
Viète'a

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{2}{1} = 2$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-15}{1} = -15$$

Znam wzory skróconego
mnożenia

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2$$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$$

Wstawiam obliczone
wartości

$$x_1^2 + x_2^2 = 2^2 - 2 \cdot (-15) = 4 + 30 = 34$$

Niech x_1 i x_2 będą miejscami zerowymi funkcji $f(x) = x^2 - 13x - 7$. Wyznacz:

a) $x_1 + x_2$

e) $x_1^3 + x_2^3$

h) $|x_1^2 - x_2^2|$

b) $x_1 \cdot x_2$

f) $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$

c) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

g) $|x_1 - x_2|$

d) $x_1^2 + x_2^2$

Zastosuj poznaną metodę do obliczenia wartości wyrażenia $x_1^2 + x_2^2$ dla podanych funkcji:

a) $f(x) = x^2 + 5x + 6$

b) $f(x) = -x^2 - 4x + 5$

c) $f(x) = -x^2 - 6x + 27$

Opracowanie wersji wstępnej: Anna Sacharczuk
Analiza i korekty: członkowie KAM