Wiesław Maleszewski *Maj 2015r.*

SCENARIUSZ LEKCJI MATEMATYKI W SZKOLE PONADGIMNAZJALNEJ

Temat: *Nierówności kwadratowe zupełne*

Cele nauczania:

- ***ogólne***
  - rozwijanie aktywności umysłowej, a w tym umiejętności logicznego rozumowania, porównywania i wnioskowania;
  - doskonalenie umiejętności wykorzystywania poznanych wzorów do rozwiązywania zadań pseudo-praktycznych;
  - kształtowanie umiejętności dostrzegania i opisywania zależności pomiędzy różnymi wielkościami;
  - kształtowanie porządku i elegancji w wyrażaniu myśli;
  - kształtowanie precyzji wypowiedzi i poprawnego stosowania terminów matematycznych;
  - kształtowanie sprawności rachunkowej.
- ***szczegółowe***
  - uczeń potrafi rozwiązywać nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą.

Metoda nauczania: Metoda JIGSAW

Forma nauczania: praca w grupach zgodnie z ideą metody JIGSAW

Przebieg lekcji:

1. Czynności organizacyjne (temat, podział na grupy, obecność)
2. Uczniowie pracują w grupach tzw. eksperckich. Każda grupa otrzymuje do przestudiowania inną część lub inny aspekt tematu. Grupy mają za zadanie przedyskutować, opracować swoją część zagadnienia. Każda osoba w grupie musi na tyle dobrze zrozumieć zagadnienie, żeby móc wytłumaczyć je w innej grupie uczniów, i tak:
   I gr. rozwiązywanie nierówności kwadratowych zupełnych, gdzie $\Delta < 0$,
   II gr. rozwiązywanie nierówności kwadratowych zupełnych, gdzie $\Delta = 0$,
   III gr. rozwiązywanie nierówności kwadratowych zupełnych, gdzie $\Delta > 0$,
   Uczniowie w grupach pracują ze swoją kartą pracy
3. Drugi podział na grupy polega na tym, że w skład każdej nowej grupy wchodzi przedstawiciel każdej z poprzednich (eksperckich) grup. Przedstawiciele ci kolejno relacjonują, czego nauczyli się w poprzednich grupach, na poprzednim etapie. Wszyscy w nowych grupach rozwiązują wszystkie przykłady.
4. Eksperci wracają do swoich grup i konfrontują zdobytą całościową wiedzę. Sprawdzają czy wszyscy nauczyli się wszystkiego.
5. Uczniowie ćwiczeniowo rozwiązują zadania z podręcznika z tematu nierówności kwadratowe zupełne, tak aby utrwalić zdobyte wiadomości i umiejętności.
6. Podsumowanie i zadanie pracy domowej (stosownie do przebiegu lekcji i stopnia opanowania materiału).

Karta Pracy Grupa I

Przykład 1.1. Rozwiąż nierówność $x^2 + x + 1 > 0$.

Rozwiązanie:

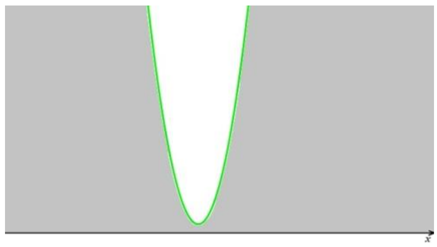
Rozwiązujemy nierówność: $x^2 + x + 1 > 0$.

Obliczamy wyróżnik trójmianu kwadratowego: $\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -3$

Zauważamy, że $\Delta < 0$, zatem trójmian kwadratowy nie ma pierwiastków.

Współczynnik $a = 1 > 0$, zatem parabola ma ramiona skierowane do góry,

Rysujemy parabolę i zaznaczamy, gdzie wykres leży powyżej osi OX.



Otrzymujemy rozwiązanie $x \in R$.

Przykład 1.2. Rozwiąż nierówność $x^2 + 2x + 3 < 0$.

Rozwiązanie:

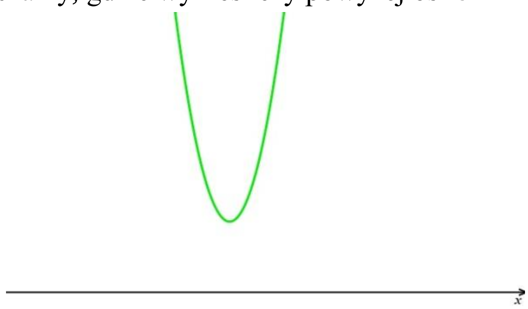
Rozwiązujemy równanie: $x^2 + 2x + 6 = 0$.

Obliczamy wyróżnik trójmianu kwadratowego: $\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = -20$

Zauważamy, że $\Delta < 0$, zatem równanie nie ma rozwiązań

Współczynnik $a = 1 > 0$, zatem parabola ma ramiona skierowane do góry,

Rysujemy parabolę i zaznaczamy, gdzie wykres leży powyżej osi OX.



Interesuje nas, jaka cześć wykresu znajduję się poniżej osi OX. Otrzymujemy rozwiązanie $x \in \emptyset$.

Przykład 1.3. Rozwiąż nierówność $-x^2 + 2x - 3 > 0$.

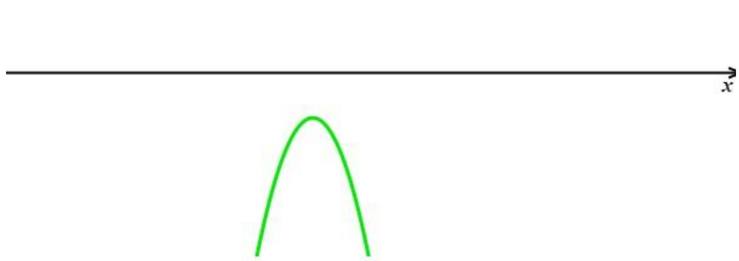
Rozwiązujemy równanie: $-x^2 + 2x - 3 = 0$

Obliczamy wyróżnik trójmianu kwadratowego: $\Delta = 2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-3) = -8$

Zauważamy, że $\Delta < 0$, zatem równanie nie ma rozwiązań

Współczynnik $a = -1 < 0$, zatem parabola ma ramiona skierowane do dołu,

Rysujemy parabolę i zaznaczamy gdzie wykres leży powyżej osi OX



Widzimy, że taka sytuacja nie zachodzi, zatem $x \in \emptyset$.

Przykład 1.4. Rozwiąż nierówność $-x^2 + 2x - 3 < 0$.

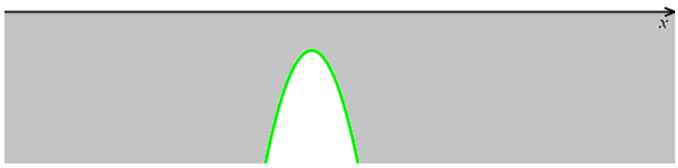
Rozwiązujemy równanie: $-x^2 + 2x - 3 = 0$

Obliczamy wyróżnik trójmianu kwadratowego: $\Delta = 2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-3) = -8$

Zauważamy, że $\Delta < 0$, zatem równanie nie ma rozwiązań

Współczynnik $a = -1 < 0$, zatem parabola ma ramiona skierowane do dołu,

Rysujemy parabolę i zaznaczamy, gdzie wykres leży poniżej osi OX.



Widzimy, że taka sytuacja jest spełniona dla dowolnej liczby rzeczywistej, zatem $x \in R$.

Zadania:

1.1. Rozwiąż nierówność:

a) $x^2 + x + 1 > 0$

b) $x^2 + 2x + 3 < 0$

c) $-x^2 + x - 5 > 0$

Karta Pracy Grupa II

Przykład 2.1. Rozwiąż nierówność $x^2 + 2x + 1 > 0$.

Rozwiązanie:

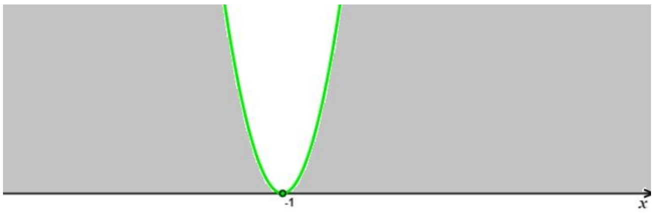
Rozwiązujemy równanie: $x^2 + 2x + 1 = 0$.

Obliczamy wyróżnik trójmianu kwadratowego: $\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 0$

zatem równanie ma rozwiązanie $x_0 = -\frac{2}{2 \cdot 1} = -1$,

Współczynnik $a = 1 > 0$, zatem parabola ma ramiona skierowane do góry,

Rysujemy parabolę i zaznaczamy gdzie wykres leży powyżej osi OX



Otrzymujemy rozwiązanie $x \in (-\infty, -1) \cup (-1, \infty)$.

Przykład 2.2. Rozwiąż nierówność $x^2 - 4x + 4 \leq 0$.

Rozwiązanie:

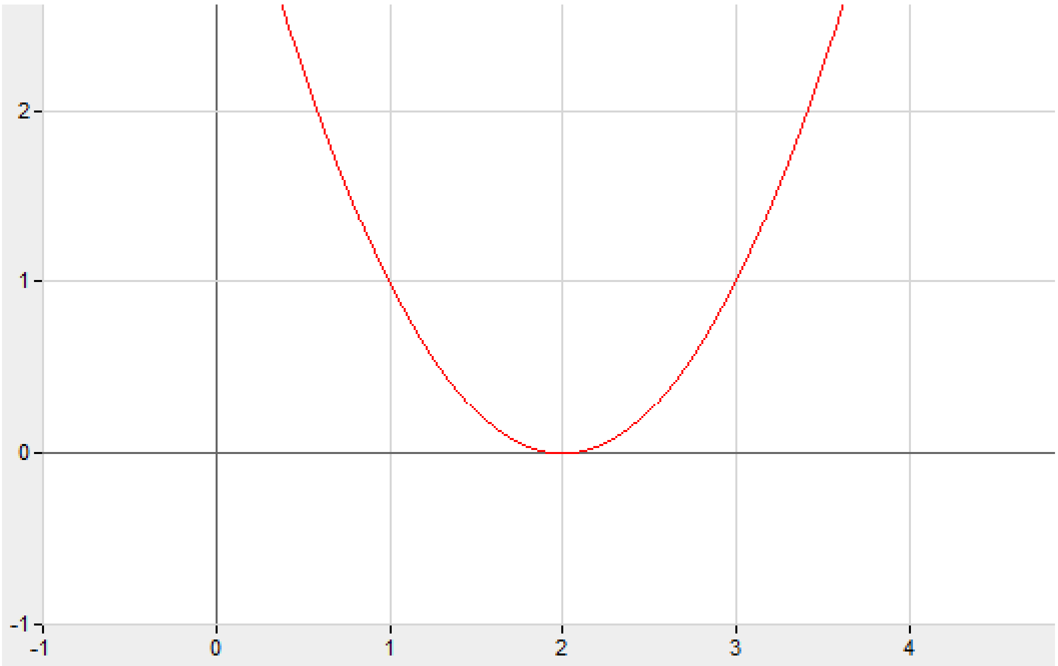
Rozwiązujemy równanie: $x^2 - 4x + 4 = 0$.

Obliczamy wyróżnik trójmianu kwadratowego: $\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 0$

zatem równanie ma rozwiązanie $x_0 = -\frac{-4}{2 \cdot 1} = 2$,

Współczynnik $a = 1 > 0$, zatem parabola ma ramiona skierowane do góry,

Rysujemy parabolę i zaznaczamy gdzie wykres leży poniżej lub na poziomie osi OX.



Interesuje nas, jaka cześć wykresu znajduję się poniżej lub na osi OX. Otrzymujemy rozwiązanie $x \in \{2\}$.

Przykład 2.3. Rozwiąż nierówność $-x^2 + 6x - 9 < 0$.

Rozwiązanie:

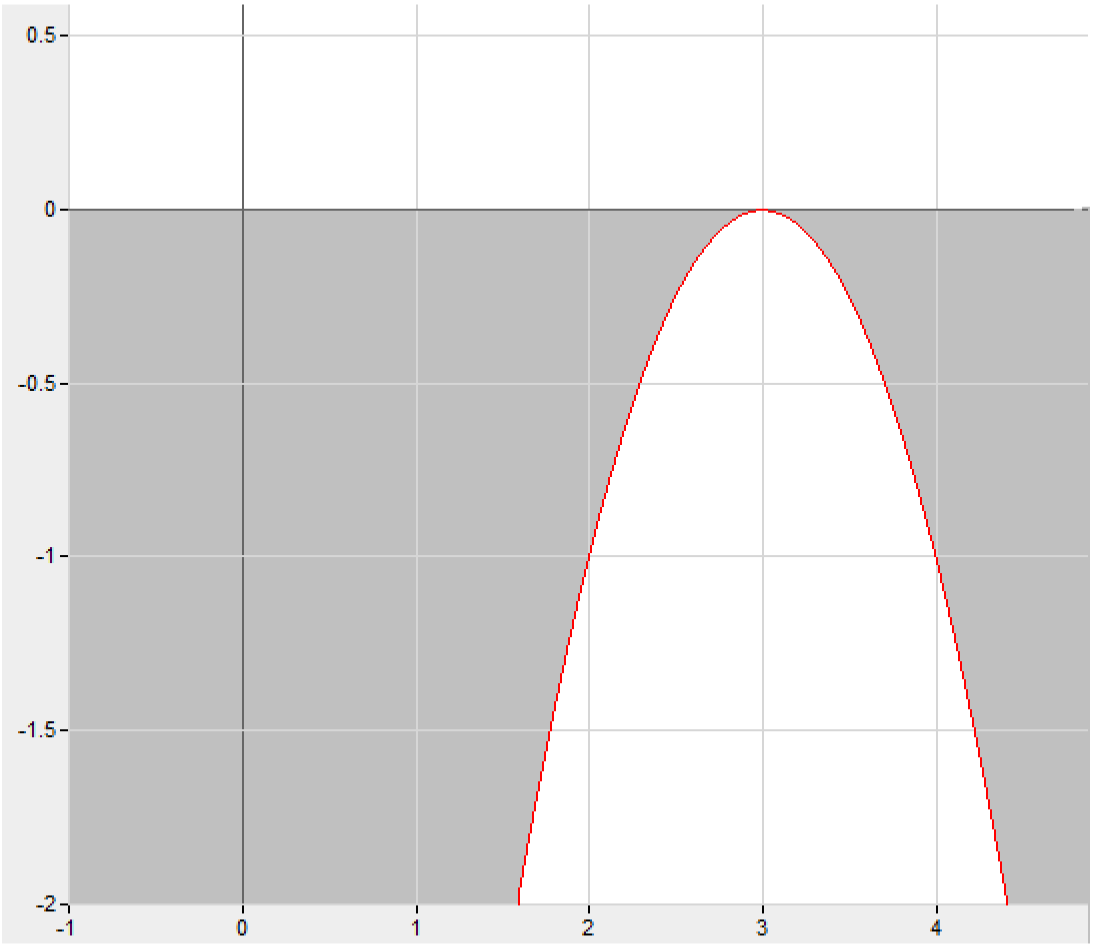
Rozwiązujemy równanie: $-x^2 + 6x - 9 = 0$.

Obliczamy wyróżnik trójmianu kwadratowego: $\Delta = 6^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-9) = 0$

zatem równanie ma rozwiązanie $x_0 = -\frac{6}{2\cdot(-1)} = 3$,

Współczynnik $a = -1 < 0$, zatem parabola ma ramiona skierowane do dołu,

Rysujemy parabolę i zaznaczamy gdzie wykres leży poniżej lub na poziomie osi OX. Interesuje nas jaka cześć wykresu znajduję się poniżej osi OX



Otrzymujemy rozwiązanie $x \in (-\infty, 3) \cup (3, \infty)$

.

Zadania:

2.1 Rozwiąż nierówność:

a) $x^2 + 8x + 16 > 0$

b) $x^2 - 10x + 25 \leq 0$

c) $-x^2 + 2x - 1 > 0$

Karta Pracy Grupa III

Przykład 3.1. Rozwiąż nierówność $x^2 + 5x + 6 > 0$.

Rozwiązujemy równanie: $x^2 + 5x + 6 = 0$

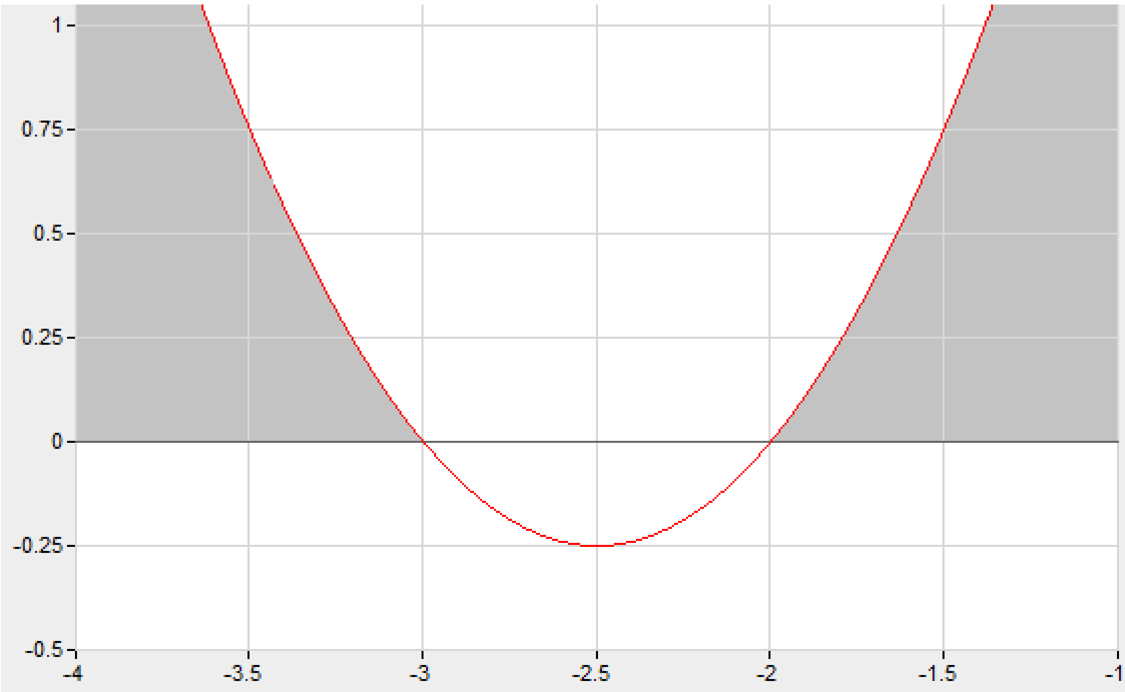
Obliczamy wyróżnik trójmianu kwadratowego: $\Delta = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 1$

Obliczamy pierwiastki:

$$x_1 = \frac{-5-1}{2} = -3$$
$$x_2 = \frac{-5+1}{2} = -2$$

Współczynnik $a = 1 > 0$, zatem parabola ma ramiona skierowane do góry,

Rysujemy parabolę i zaznaczamy, gdzie wykres leży powyżej osi OX,



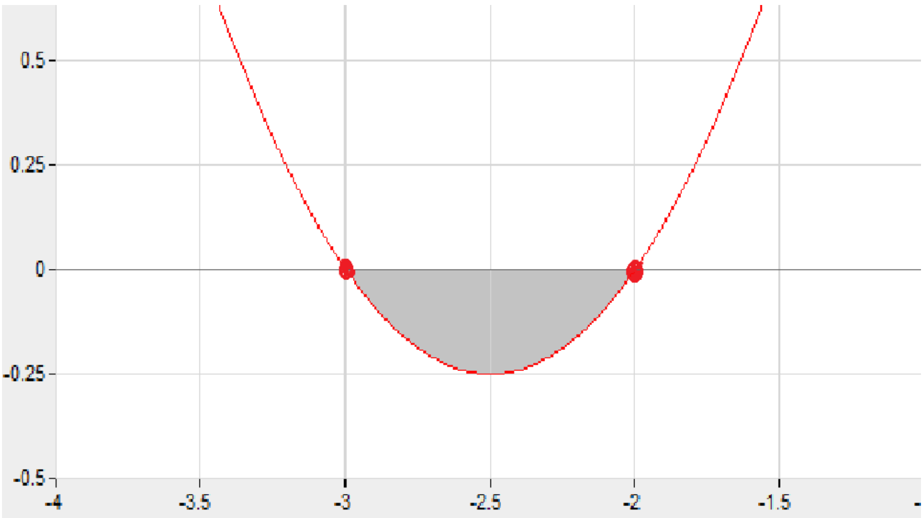
Widzimy, że taka sytuacja zachodzi, gdy $x \in (-\infty, -3) \cup (2, \infty)$, zatem $x \in (-\infty, -3) \cup (2, \infty)$

Przykład 3.2. Rozwiąż nierówność $x^2 + 5x + 6 \leq 0$.

Rozwiązujemy równanie: $-x^2 + 2x - 3 = 0$

Podobnie jak poprzednio otrzymujemy: $x_1 = -3, x_2 = -2$.

Rysujemy parabolę i zaznaczamy gdzie wykres leży poniżej osi OX



Widzimy, że taka sytuacja jest spełniona dla $x \in \langle -3, -2 \rangle$.

Przykład 3.3. Rozwiąż nierówność $-x^2+6x-8>0$.

Rozwiązujemy równanie: $-x^2+6x-8=0$

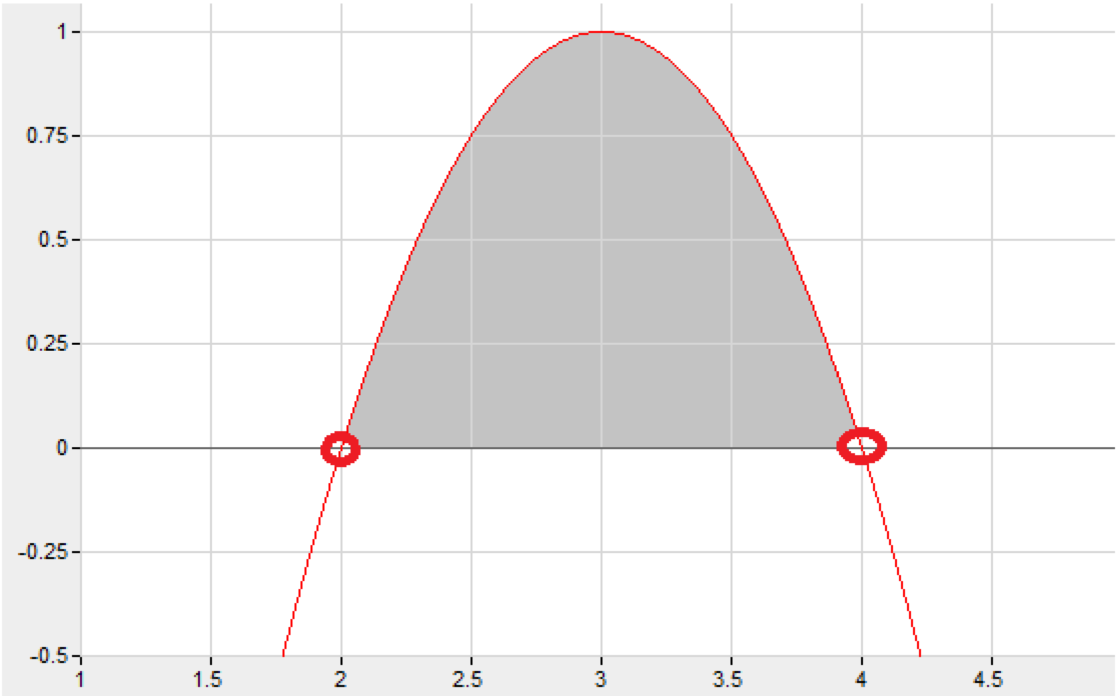
Obliczamy wyróżnik trójmianu kwadratowego: $\Delta = 6^2 - 4\cdot(-1)\cdot(-8) = 4$

Obliczamy pierwiastki:

$$x_1 = \frac{-6-\sqrt{4}}{-2} = 4$$
$$x_2 = \frac{-6+\sqrt{4}}{-2} = 2$$

Współczynnik $a=-1<0$, zatem parabola ma ramiona skierowane do dołu,

Rysujemy parabolę i zaznaczamy gdzie wykres leży powyżej osi OX



Widzimy, że taka sytuacja zachodzi dla $x\in(2,4)$.

Zadania

3.1. Rozwiąż nierówność:

a) $x^2+8x-9>0$

b) $x^2-10x+16\le 0$

c) $-x^2+3x+4>0$